

Partie A: Un événement et son contraire

1) $\bar{M}$: « la barquette pèse plus de 295 g » et $P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 1 - 0,002 = 0,998$

2) $E \cap M$: « la barquette pèse moins de 295 g et présente un défaut d'emballage ».

Comme les événements E et M sont indépendants, on peut écrire

$$P(M \cap E) = P(M) \times P(E)$$

on sait que $P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - 0,97 = 0,03$ et $P(M) = 0,998$, on a alors

$$P(M \cap E) = P(M) \times P(E) = 0,998 \times 0,03 = 0,02994$$

3) $E \cup \bar{M}$: « la barquette pèse moins de 295 g ou ne présente aucun défaut d'emballage ».

$$P(E \cup \bar{M}) = P(E) + P(\bar{M}) - P(E \cap \bar{M}) = P(E) + P(\bar{M}) - P(E) \times P(\bar{M})$$

et on a $P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 1 - 0,002 = 0,998$, $P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - 0,97 = 0,03$, on remplace :

Partie B: Loi Binomiale

1) X obéit à une loi binomiale car on répète l'épreuve de Bernoulli de paramètre

$p = \frac{8}{500}$, de manière identique et indépendante 10 fois. Les paramètres de la variable

aléatoire X sont $n=10$ et $p = \frac{8}{500}$ donc X est une loi $B(10; \frac{8}{500})$

2) La probabilité d'avoir plus d'une barquette présentant un défaut d'emballage

X est une loi $B(10; p = \frac{8}{500})$ donc $P(X=k) = \binom{10}{k} \times \left(\frac{8}{500}\right)^k \times \left(1 - \frac{8}{500}\right)^{10-k}$

pour faire le calcul, on peut utiliser la calculatrice

$$P(X > 1) = 1 - P(X=0) - P(X=1) = 1 - 0,851 - 0,138 = 0,011 \text{ à } 0,001 \text{ près}$$

3) La probabilité d'avoir au moins deux barquettes présentant un défaut d'emballage

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) = 1 - 0,851 - 0,138 = 0,011$$

4) La probabilité d'avoir autant de barquettes avec le défaut d'emballage que de barquettes ne présentant pas le défaut d'emballage.

$$P(X=k) = \binom{10}{5} \times \left(\frac{8}{500}\right)^5 \times \left(1 - \frac{8}{500}\right)^5 = 2,4 \times 10^{-7} = 0,00000024$$

5) Calcul de $E(X)$ et $V(X)$

C'est du cours

X obéit à la binomiale $B(10; \frac{8}{500})$ Donc $E(X) = n \times p = \frac{10 \times 8}{500} = \frac{800}{500} = 0,16$ et

$$V(x) = n \times p \times (1-p) = 10 \times \frac{8}{500} \times \left(1 - \frac{8}{500}\right) = 0,1574$$

6) Calcul $E(2X)$ et $V(2x-3)$

c'est du cours

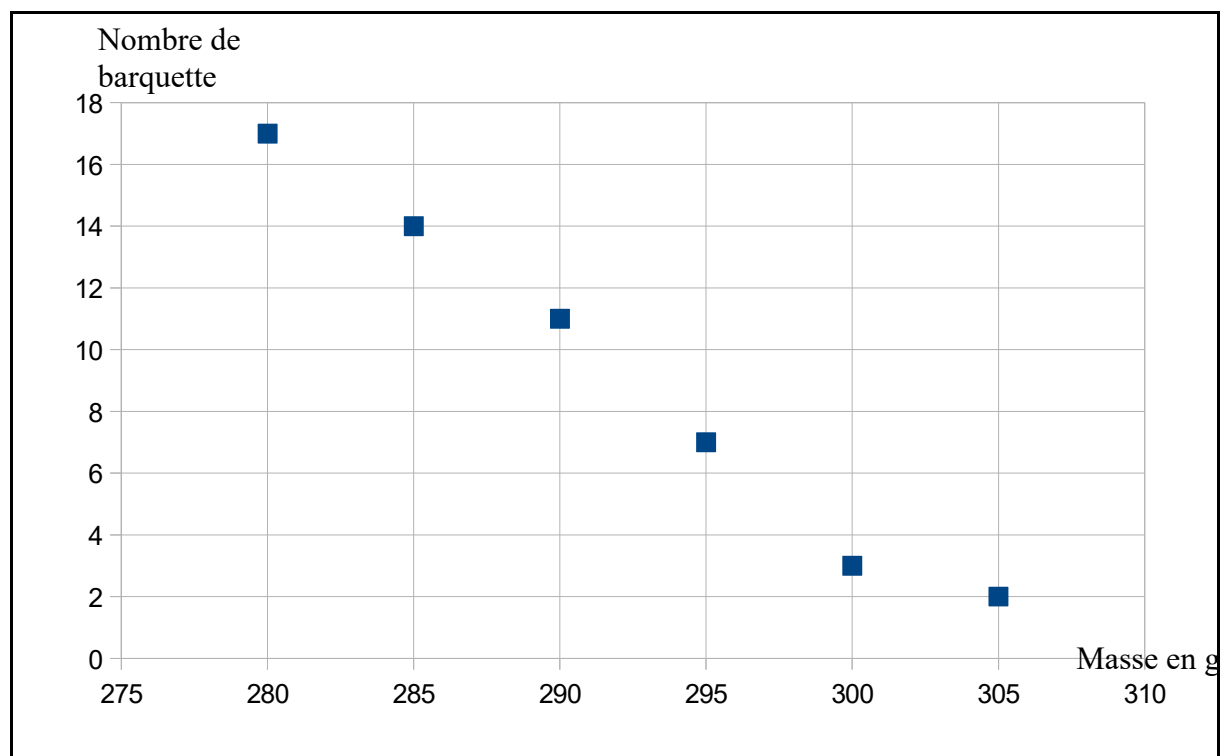
$$E(2X) = 2E(X) = 2 \times 0,16 = 0,32$$

$$V(2x-3) = 2^2 \times V(X) = 4 \times 0,1574 = 0,6294$$

Partie C: Ajustement Linéaire

Masse en grammes X	280	285	290	295	300	305
Nombres de barquettes avec le défaut d'emballage y	17	14	11	7	3	2

1) Nuage de points



2) On peut utiliser un ajustement linéaire Y en X car le nuage longiligne
Les points paraissent alignés

3) La droite d'ajustement linéaire par la calculatrice

$$Y = -0,64 X + 192,2$$

4) le coefficient de détermination $R^2 = 0,98$ et le coefficient de régression est $r = 0,99$

Comme $R^2 = 0,98$ ou $r = 0,99$, on peut dire qu'il y a bien une corrélation entre les deux défauts

5) Calcul du nombre de barquettes

on sait que $X = 299$ et $Y = -0,64 X + 192,2$ d'où $Y = -0,64 \times 299 + 192,2 = 0,84$
donc presque une barquette

Partie D: La loi Normale

Une barquette est conforme à la vente si sa masse est comprise entre 290 grammes et 310 grammes.

On note Z la variable aléatoire qui associe à chaque barquette sa masse en grammes. On suppose que la variable aléatoire Z obéit à une loi normale de moyenne $\mu = 300$ g et d'écart type $\sigma = 5$ g. Z obéit à $N(300; 5)$

1) La probabilité qu'une barquette prise au hasard dans le stock, soit conforme à la vente. Donner le résultat 0,0001 près

On peut utiliser la calculatrice

```
Normal C.D
Lower   : 290
Upper   : 310
σ       : 5
μ       : 300
Save Res: None
Execute
```

$$P(290 \leq Z \leq 310) = 0,9544$$

On peut utiliser la table de la loi Normale

Une barquette est conforme à la vente si sa masse est comprise entre 290 grammes et 310 grammes donc il suffit de calculer $P(290 \leq Z \leq 310)$

$$P(290 \leq Z \leq 310) = P\left(\frac{290 - 300}{5} \leq \frac{Z - 300}{5} \leq \frac{310 - 300}{5}\right) = P(-2 \leq U \leq 2) = \Phi(2) - \Phi(-2)$$

et on sait que $\Phi(-2) = (1 - \Phi(2))$ d'où:

$$\Phi(2) - \Phi(-2) = \Phi(2) - (1 - \Phi(2)) = 2\Phi(2) - 1 = 2 \times 0,9772 - 1 = 1,9544 - 1 = 0,9544$$

d'où : La probabilité pour qu'une barquette prise au hasard soit commercialisable est de 0,9544

2) Calcul de $P(Z \geq 310)$

On peut utiliser la calculatrice

```
Normal C.D
Lower   : 310
Upper   : 999
σ       : 5
μ       : 300
Save Res: None
Execute
```

$$P(Z \geq 310) = 0,0227$$

On peut utiliser la table de la loi Normale

$$P(Z \geq 310) = 1 - P(Z < 310) = 1 - P\left(\frac{Z - 300}{5} < \frac{310 - 300}{5}\right) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0,9772 = 0,0228$$

3) Trouvons le réel h pour que $p(Z < h) = 99\%$

On peut utiliser la calculatrice

```
Inverse Normal
Tail      :Left
Area      :0.99
σ         :5
μ         :300
Save Res :None
Execute
```

donc $h = 311,63$

On peut utiliser la table de la loi Normale

$$P(Z < h) = P\left(\frac{Z - 300}{5} < \frac{h - 300}{5}\right) = P\left(U < \frac{h - 300}{5}\right) = 0,99$$

dans la table on cherche $\Phi\left(\frac{h - 300}{5}\right) = 0,99$

or dans la table on lit $\Phi(2,33) = 0,9901$ et $\Phi(2,32) = 0,9898$ donc 0,99 se trouve entre 0,9901 et 0,9898 il prend le milieu $\frac{0,9901 + 0,9898}{2}$ d'où

$$\frac{h - 300}{5} = \frac{0,9901 + 0,9898}{2} \text{ et don } h = \frac{5 \times 0,9901 + 0,9898}{2} + 300 = 311,65$$

4) trouvons le réel a pour que $p(a \leq Z \leq b) = 99\%$ tel que $a - \mu = b + \mu$

On peut utiliser la calculatrice

```
Inverse Normal
Tail      :Central
Area      :0.99
σ         :5
μ         :300
Save Res :None
Execute
|CALC
```

et donc $a = 287,12$ et $b = 312,88$

pour la table , on procède comme au dessus

Partie E : Échantillonnage et Estimation

Une entreprise commande un nombre important de barquettes. Lors de la livraison, le service qualité de cette entreprise cherche à estimer la masse moyenne inconnue μ , exprimée en grammes, des barquettes livrées. Le service de qualité choisit un échantillon, au hasard, de 50 barquettes et pèse leurs masses. On considère que cet échantillon peut être assimilé à un prélèvement au hasard et avec remise de cinquante barquettes dans la livraison. On admet que la masse de chaque barquette est associée à la variable aléatoire X qui obéit à une loi normale de moyenne μ et d'écart type σ . Les résultats des mesures effectuées sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Masse en grammes	[290 ; 295 [	[295 ; 300 [	[300 ; 305 [	[305 ; 310 [	[310 ; 315 [
Nombres de Barquettes	2	11	30	6	1

1) Estimation ponctuelle de la moyenne et de l'écart type. On arrondira l'écart type au centième.

On utilise la calculatrice pour calculer la moyenne et l'écart type.

Etape 1

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	MASSE	BARQU		
1	292.5	2		
2	297.5	11		
3	302.5	30		
4	307.5	6		

GRAPH CALC TEST INTR DIST ▸

Etape 2

```
1Var XList :List1
1Var Freq :List2
2Var XList :List1
2Var YList :List2
2Var Freq :1
```

1 LIST

Etape 3

```
1-Variable
x̄ = 301.8
Σx = 15090
Σx² = 4.5548E+06
x̄σn = 3.74299345
x̄σn-1 = 3.78099436
n = 50
```

Estimation de la moyenne

Ecart type de la population

Meilleure estimation de l'écart type car on a seulement un échantillon des barquettes

Une estimation de la moyenne est $\bar{x}=301,8$ grammes

Une estimation de l'écart type est $s=3,78$ grammes car on a seulement un échantillon et non 3,74 g

L'autre partie et non traitée en cours on s'arrête là pour la correction